

浮遊砂濃度分布を考慮した河口付近における準3次元河床変動計算

Quasi-Three-Dimensional Calculation of Bed Deformation Considering Suspended Load Distribution in River Mouth

水工事業本部 水工第1部

濱木 道大¹⁾
井上 卓也²⁾
川村 嘉勝³⁾
荒井 信行⁴⁾



1)



2)



3)



4)

A quasi-three-dimensional numerical model is developed to simulate riverbed deformation in the river mouth. The advantage of this model is that it enables to consider cross-sectional-velocity distribution with secondary flow and suspended load distribution in meandering channel. This model is tested on the downstream of the Ishikari River using the average value of annual maximum discharge. The calculated results of flow velocities and stable bed deformation is confirmed with the observations of 1979-year channel. As the conclusion, the model is capable to simulate floating act of the suspended load and local scour near the riverbank.

Key Words: quasi-three-dimensional model, bed load, suspended load distribution, curvature of streamline, secondary flow, eandering channel, river mouth,

1. はじめに

河道計画策定を目的に大規模な河床変動予測を行う場合には、一般に一次元河床変動モデルが用いられてきたが、蛇行河川における横断方向の局所洗掘・堆積の問題に拡張して適用することはできない。このため、清水ら¹⁾は準3次元河床変動モデルを構築し、局所洗掘・堆積現象の定量的な予測を試みた。また、この準3次元モデルは、構築時点では掃流砂のみを対象としたモデルであり、河口付近のように浮遊砂が卓越する区間に適用する場合には浮遊砂を適切に考慮する必要がある。²⁾

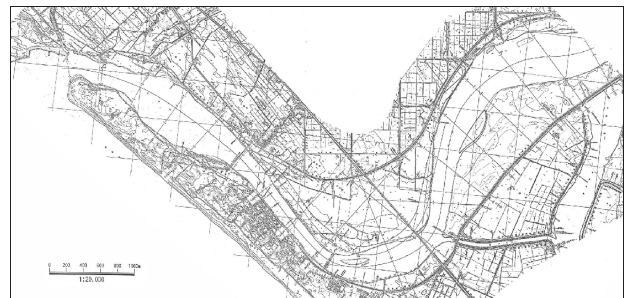


図-1 石狩川河口部平面図

このため、本研究では、上記モデルを河口付近における局所洗掘・堆積の問題に拡張して適用可能とするため、流速及び浮遊砂濃度の鉛直分布を考慮した浮遊砂濃度連続式を導入し、浮遊砂を算出するモデルを構築した。

本モデルの妥当性は、石狩川河口付近を対象に、以下に示す方法により実測値を基に検証した。本モデルを用いて、比較的安定している現況河道の河床形状を基に設定した平坦河床を初期河床とし、平均年最大流量により河床が安定するまでの河床変動計算を実施した。次に、本モデルを用いて、浮遊砂濃度の鉛直分布を考慮することによる効果について、考慮しない場合との比較を行った。

2. 準3次元河床変動モデル

(1) 流れの基礎式

流れの基礎方程式は、水深方向に積分した3次元の Reynolds 方程式及び連続式を用いる。

(2) 混合粒径による河床変動モデル³⁾⁴⁾⁵⁾

1) 粒径別の掃流砂量式

粒径別の掃流砂量 Q_{sk} には、粒径別に拡張された芦田・道上の式を用いる。

横断方向の掃流砂量 Q_{nk} には、長谷川の式を用いる。

2) 粒径別の浮遊砂基準点濃度と砂粒の浮上量式

粒径別の浮遊砂の基準点濃度 c_{bk} 及び砂粒の浮上量 q_{suk} には、板倉の式を粒径別に拡張したものをを用いる。ただし、 k は第 k クラスの粒径区分を示すパラメータである。

(3) 流速及び浮遊砂濃度の水深方向分布を考慮した浮遊砂濃度の連続式(s, n 座標)

1) 流線方向の浮遊砂濃度連続式の水深方向積分

浮遊砂を考慮する場合、浮遊砂が卓越するような河口部等には、掃流砂と同様に 2 次流の水深方向分布を考慮すべきである。そこで、本研究では図-2 のような円筒座標系を仮定し、流速 u, v 、浮遊砂濃度 c の水深方向分布を考慮した次式の流線方向の浮遊砂濃度連続式を考えることとした。ただし、次式以降は一樣粒径を想定している。

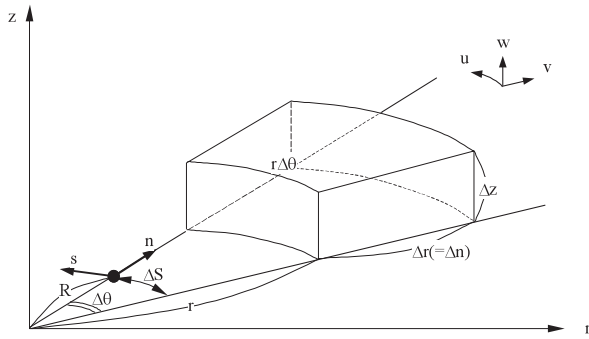


図-2 座標系の定義図

$$\frac{\partial c}{\partial t} + N \frac{\partial}{\partial s}(uc) + \frac{\partial}{\partial n}(vc) + N \frac{vc}{R} = q_{su} - w_f c_b \quad (1)$$

q_{su}, w_f は砂粒の浮上量と沈降速度、 c_b は浮遊砂の基準点濃度、 R は曲率半径、 $N = 1/(1 + n/R)$ である。

(1)式を水深方向に積分すると、次式が得られる。

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_{z_b}^H c dz + N \frac{\partial}{\partial s} \int_{z_b}^H uc dz + \frac{\partial}{\partial n} \int_{z_b}^H vc dz + \frac{N}{R} \int_{z_b}^H vc dz = q_{su} - w_f c_b \quad (2)$$

u, v, c は、それぞれ水深方向の平均量を U, V, C 、平均量からの変動成分 u', v', c' と表現すると、次式となる。

$$u = U + u'(z), \quad v = V + v'(z), \quad c = C + c'(z) \quad (3)$$

ここで、 u, v, c の変動成分 u', v', c' については、その定義から次式に従う。

$$\int_{z_b}^H u'(z) dz = 0, \quad \int_{z_b}^H v'(z) dz = 0, \quad \int_{z_b}^H c'(z) dz = 0 \quad (4)$$

(3)式を用いると、(2)式中の uc 及び vc は、次のように表

される。

$$\begin{aligned} uc &= UC + Uc'(z) + C u'(z) + c'(z)u'(z) \\ vc &= VC + Vc'(z) + C v'(z) + c'(z)v'(z) \end{aligned} \quad (5)$$

まず、(3)式の c を(2)式の左辺第 1 項に代入すると、次式となる。ただし、 D は水深である。

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_{z_b}^H c dz = \frac{\partial}{\partial t} \int_{z_b}^H (C + c'(z)) dz = \frac{\partial(CD)}{\partial t} \quad (6)$$

次に、(5)式の uc を水深方向に積分すると、次式となる。

$$\begin{aligned} \int_{z_b}^H uc dz &= \int_{z_b}^H (UC + Uc'(z) + C u'(z) + u'(z)c'(z)) dz \\ &= UCD + \int_{z_b}^H u'(z)c'(z) dz \end{aligned} \quad (7)$$

したがって、(2)式の左辺第 2 項は、次式となる。

$$N \frac{\partial}{\partial s} \int_{z_b}^H uc dz = N \frac{\partial}{\partial s} (UCD) + N \frac{\partial}{\partial s} \int_{z_b}^H u'(z)c'(z) dz \quad (8)$$

また、 vc についても同様に水深方向に積分すると、次式が得られる。

$$\frac{\partial}{\partial n} \int_{z_b}^H vc dz = \frac{\partial}{\partial n} (VCD) + \frac{\partial}{\partial n} \int_{z_b}^H v'(z)c'(z) dz \quad (9)$$

ここで、 n 軸方向は流線と直交方向にあるため、 $V=0$ であることから(9)式は次式となる。

$$\frac{\partial}{\partial n} \int_{z_b}^H vc dz = \frac{\partial}{\partial n} \int_{z_b}^H v'(z)c'(z) dz \quad (10)$$

結局、浮遊砂濃度の連続式を水深方向に積分した(2)式は、次式となる。

$$\begin{aligned} \frac{\partial(CD)}{\partial t} + N \frac{\partial(UCD)}{\partial s} + N \frac{\partial}{\partial s} \int_{z_b}^H u'(z)c'(z) dz \\ + \frac{\partial}{\partial n} \int_{z_b}^H v'(z)c'(z) dz + \frac{N}{R} \int_{z_b}^H v'(z)c'(z) dz \\ = q_{su} - w_f c_b \end{aligned} \quad (11)$$

2) Englund による主流・横断方向の流速分布⁶⁾

s 軸(流線)方向の運動方程式、 n 軸(流線と直交)方向の運動方程式は次のとおりである。

$$\varepsilon \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} = g \frac{\partial \xi}{\partial s}, \quad \varepsilon \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} = g \frac{\partial \xi}{\partial n} - \frac{u^2}{r} \quad (12)$$

ここで、表面流速を U_s, V_s とすると、 s 軸方向と n 軸方向の流速分布 u, v は水深方向の分布関数 ϕ を用いて、次のように表される。

$$u = U_s \phi_u(\zeta), \quad v = V_s \phi_v(\zeta) \quad (13)$$

ここで、 ζ は次式の無次元量で、水面で $z=D, \zeta=0$ 、河床で $z=0, \zeta=1$ である。

$$\zeta = \frac{D-z}{D} \quad (14)$$

(13)式中の ϕ_u, ϕ_v は、それぞれ以下のように求められる。

$$\phi_u(\zeta) = 1 - \beta_* \zeta^2 \quad (15)$$

$$\phi_v(\zeta) = A_* \left(\frac{\alpha_*}{2} \zeta^2 + \frac{\beta_*}{6} \zeta^4 - \frac{\beta_*^2}{30} \zeta^6 \right) + 1 \quad (16)$$

流速分布の基準となる表面流速 U_s, V_s は、次式で表さ

れる。

$$\frac{U_s}{u_*} = \varphi + \frac{1}{\kappa}, \quad \frac{V_s}{u_*} = \frac{6}{A_*\kappa} \left(\varphi + \frac{1}{\kappa} \right)^2 \frac{D}{r} \quad (17)$$

ここで、 φ は流速係数(=U/u*)であり、

$$A_* = 1 / \left(-\frac{\alpha_*}{6} - \frac{\beta_*}{30} + \frac{\beta_*^2}{210} \right) \quad (18)$$

$$\alpha_* = \beta_* \left(\frac{2}{3} - \frac{3}{5}\beta_* + \frac{1}{7}\beta_*^2 \right) / \left(\frac{\beta_*}{3} - 1 \right) \quad (19)$$

$$\beta_* = \frac{3}{\kappa\varphi + 1} \quad (20)$$

である。 A_* 、 α_* 、 β_* はすべて κ と φ のみを含む定数である。したがって、主流(s軸)方向の平均流速U、主流に直交(n軸)方向の平均流速Vは次式で表される。

$$U = U_s \left(1 - \frac{\beta_*}{3} \right), \quad V = 0 \quad (21)$$

(13)式のuと(21)式のUよりu'について解くと、次式となる

$$u' = u - U = U_s \beta_* \left(\frac{1}{3} - \zeta^2 \right) \quad (22)$$

同様に、(13)式のvと(21)式のVよりv'を求めると、次式となる

$$v' = v - V = V_s \left\{ A_* \left(\frac{\alpha_*}{2} \zeta^2 + \frac{\beta_*}{6} \zeta^4 - \frac{\beta_*^2}{30} \zeta^6 \right) + 1 \right\} \quad (23)$$

3) 浮遊砂の水深方向濃度分布

浮遊砂の濃度分布式及び平均濃度Cと基準点濃

度 c_b の関係式は、次式となる。³⁾

$$c = c_b \exp\{\beta(\zeta - 1)\}, \quad C = \frac{c_b}{\beta} \{1 - \exp(-\beta)\} \quad (24)$$

ここで、 $\beta = \omega_j D / \varepsilon$ 、 ε 渦動粘性係数(= $\kappa u_* D / 6$)、 κ はカルマン定数である。

(24)式のcとCを連立してc'について解くと、次式となる。

$$c' = c_b \phi_c(\zeta), \quad \phi_c(\zeta) = \frac{1}{e^\beta} e^{\beta\zeta} = \exp\{\beta(\zeta - 1)\} \quad (25)$$

4) 水深方向流速分布を考慮した浮遊砂濃度

2次流の水深方向分布を考慮した浮遊砂濃度は、(11)式の左辺第3~5項の積分項を求めることにより求めることができる。ここで、(11)式の左辺第4項は、2次流による浮遊砂移動を表している。前節までに求めた水深方向の流速、浮遊砂濃度分布を第4項に代入し、河床から水面まで積分すると、次式が得られる。

$$\int_{z_b}^H cv'(z) dz = V_s c_b D \int_0^1 \phi_v(\zeta) \phi_c(\zeta) d\zeta \quad (26)$$

上式は、(16)式と(25)式を用いると、次式となる。

$$\int_0^1 \phi_v(\zeta) \phi_c(\zeta) d\zeta = \int_0^1 \left(\frac{A_* \beta_*}{2e^\beta} \zeta^2 e^{\beta\zeta} + \frac{A_* \beta_*}{6e^\beta} \zeta^4 e^{\beta\zeta} - \frac{A_* \beta_*^2}{30e^\beta} \zeta^6 e^{\beta\zeta} + \frac{1}{e^\beta} e^{\beta\zeta} \right) d\zeta \quad (27)$$

ここで、 $\beta\zeta = x$ とおくと、

$$d\zeta = \frac{1}{\beta} dx \quad (28)$$

であるので、(27)式は次式となる。

$$\int_0^1 \phi_v(\zeta) \phi_c(\zeta) d\zeta = a_* \int_0^\beta x^2 e^x dx + b_* \int_0^\beta x^4 e^x dx + c_* \int_0^\beta x^6 e^x dx + d_* \int_0^\beta e^x dx \quad (29)$$

ただし、 $a_* = \frac{A_* \alpha_*}{2\beta^3 e^\beta}$ 、 $b_* = \frac{A_* \beta_*}{6\beta^5 e^\beta}$ 、 $c_* = -\frac{A_* \beta_*^2}{30\beta^7 e^\beta}$ 、

$d_* = \frac{1}{\beta e^\beta}$ である。

結局、(29)式より次式を得る。

$$\begin{aligned} \int_0^1 \phi_v(\zeta) \phi_c(\zeta) d\zeta &= e^\beta \left[c_* \beta^6 - 6c_* \beta^5 + (b_* + 30c_*) \beta^4 \right. \\ &\quad - (4b_* + 120c_*) \beta^3 + (a_* + 12b_* + 360c_*) \beta^2 \\ &\quad - (2a_* + 24b_* + 720c_*) \beta \\ &\quad \left. + (2a_* + 24b_* + 720c_* + d_*) \right] \\ &\quad - 2a_* - 24b_* - 720c_* - d_* \end{aligned} \quad (30)$$

(30)式を Ω とおくと、(26)式は次式で表される。

$$\int_{z_b}^H cv'(z) dz = V_s c_b D \cdot \Omega \quad (31)$$

ここで、(17)式より、

$$\frac{V_s}{u_*} = \frac{6}{A_* \kappa} \left(\frac{U_s}{u_*} \right)^2 \frac{D}{r} \quad (32)$$

であるから、

$$\varphi = -\frac{U_s}{u_*} \left(\frac{\beta_*}{3} - 1 \right), \quad \beta_* = -\frac{3u_s}{\kappa U_s} \quad (33)$$

を(32)式に代入すると、次式が得られる。

$$V_s = \frac{6\zeta}{A_* \kappa} \left(\frac{3}{3 - \beta_*} \right)^2 \frac{D}{r} U \quad (34)$$

したがって、(31)式は次式となる。

$$\int_{z_b}^H cv'(z) dz = U c_b D \frac{D}{r} \Omega \frac{6\varphi}{A_* \kappa} \left(\frac{3}{3 - \beta_*} \right)^2 \quad (35)$$

また、(24)式より

$$c_b = \frac{\beta}{1 - e^{-\beta}} c \quad (36)$$

であるので、(35)式は結局次式となる。

$$\int_{z_b}^H cv'(z)dz = UCD \frac{D}{r} \theta \quad (37)$$

ただし、

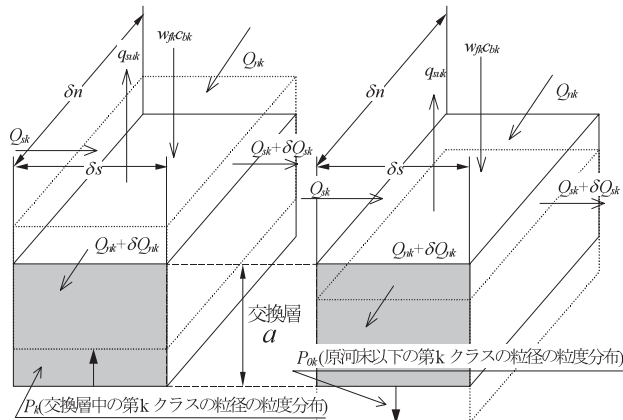
$$\theta = \Omega \frac{6\varphi}{A_* \kappa} \left(\frac{3}{3 - \beta_*} \right)^2 \frac{\beta}{1 - e^{-\beta}} \quad (38)$$

最終的に 2 次流の影響を考慮した流線方向の浮遊砂濃度の連続式は、流線方向の変動成分 $\left(\frac{\partial}{\partial s} \int_{z_b}^H c'(z)u'(z)dz \right)$ を無視すると、次式で与えられる。

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial t}(CD) + N \frac{\partial}{\partial s}(CUD) \\ & + \frac{\partial}{\partial n} \left(CUD \frac{D}{r} \theta \right) + \frac{N}{R} \left(CUD \frac{D}{r} \theta \right) \quad (39) \\ & = q_{su} - w_f c_b \end{aligned}$$

(3) 全流砂量の連続式

全流砂量の連続式は図-3 に示すように微小区間 δs 、微小幅 δn を考え、微小時間 δt 内のすべての粒径の掃流砂と浮遊砂の合計量が河床から出入りするものとして与える。



(a) 河床上昇の場合 (b) 河床低下の場合
図-3 河床変動による交換層の土砂収支(混合粒径)

(4) 境界条件

実際に河床変動計算を行うに当たり必要となる境界条件としては、種々の場合が考えられるが、ここでは河道上下流端の河床高、掃流砂、浮遊砂について以下のように設定する。

1) 河道上流端

河道上流端の河床高は、動的平衡状態を考える。掃流砂量は、上流端断面の水力諸量に見合う計算流砂量が上流から流入するものと考え、浮遊砂は浮上量と沈降量が同等として与える。

2) 河道下流端

河道下流端は、海域の拡散を考慮した計算メッシュ

を設定し、下流端水位を潮位により与える。

3. 石狩川安定河床再現計算

上記の準 3 次元河床変動計算モデルを用いて、石狩川河口付近を対象に、現況河道の河床形状を基に平坦河床を設定し、平均年最大流量流下時に河床が安定するまでの河床変動計算を行うことによって、モデルの妥当性を検証した。対象とする現況河床は、横断形状の経年変化から、ほぼ安定河床形状であると考えられる昭和 54 年度測量時の河道形状とした。

(1) 計算条件の設定

1) 計算メッシュ

河道幅の設定が安定河床形状の予測に大きく影響するため、計算メッシュは横断形状や平面形状の経年変化、構造物等の影響を考慮し図-4 のように設定した。

2) 初期河床

初期形状となる平坦河床は、昭和 54 年度測量時の河床形状を基に以下の手順により設定した。

測量横断測線 500m ごとに、低水路の平均河床高を算出し、その平均河床高から縦断方向の回帰直線を求め、計算メッシュの平坦河床高とする。計算メッシュは縦断方向に 250m 間隔、横断方向に低水路を 8 分割とした。

3) 粗度係数

粗度係数は、0.015(KP~7.5)、0.020(KP7.5~)を使用した。

4) 流量

流量は石狩大橋地点における平均年最大流量 $3700\text{m}^3/\text{s}$ とする。

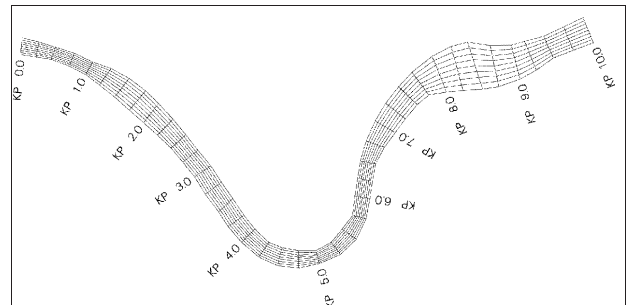


図-4 計算メッシュ

(2) 計算結果

本モデルを用いた河床再現計算結果を図 5~図 8 に示す。最深河床高、平均河床高ともに実測をよく再現しており、局所洗掘の発生位置や、河床の横断勾配等も概ね良好な再現性を有していることがわかる。

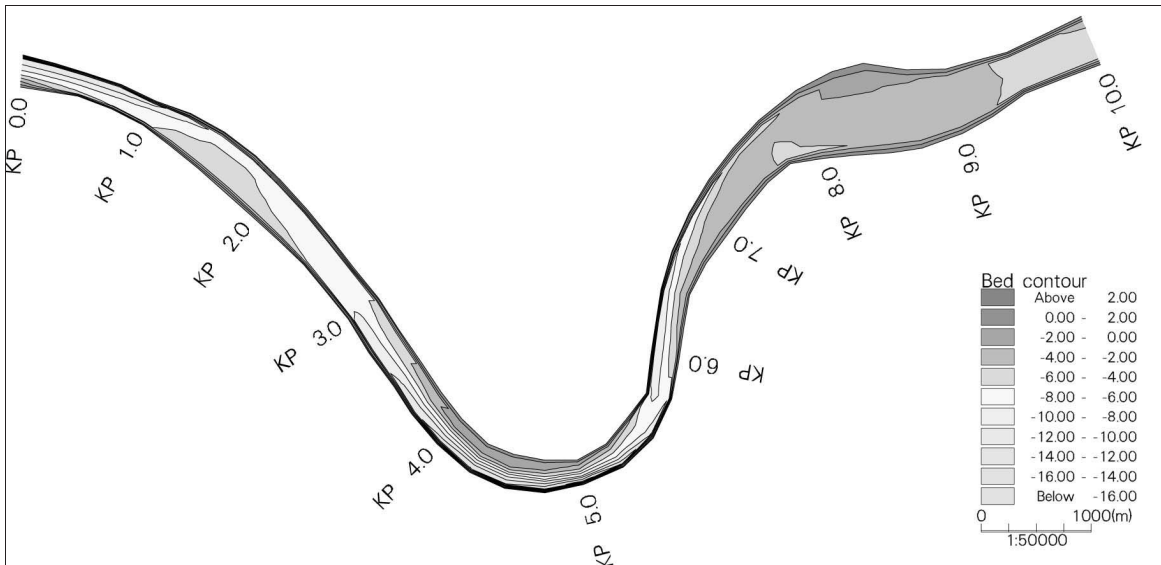


図-5 計算結果河床高コンター(S54河床の再現)

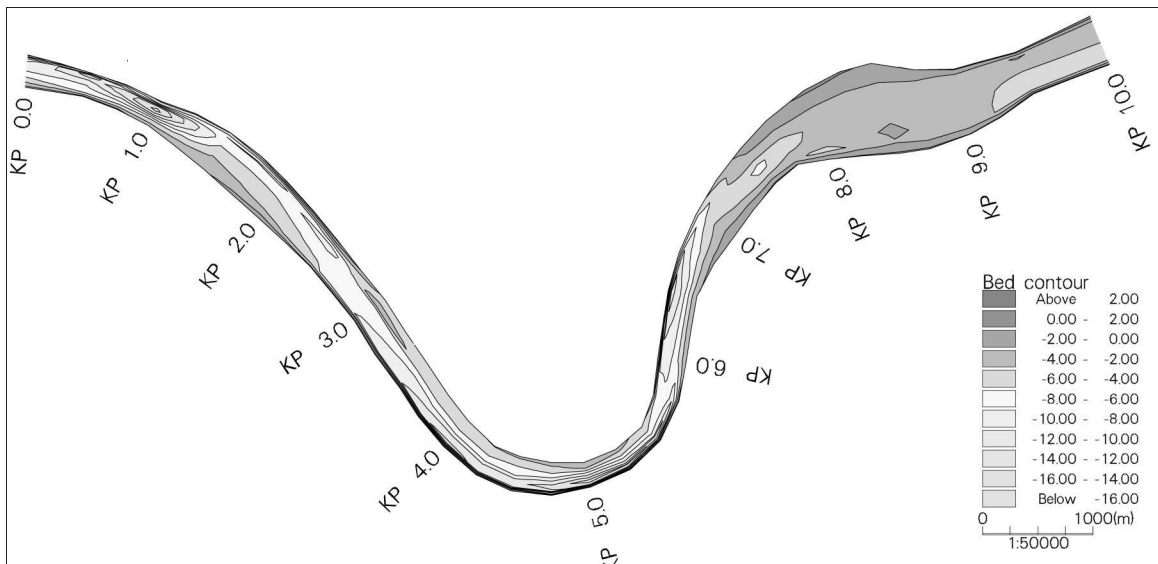


図-6 実測河床コンター図(昭和54年測量横断データによる)

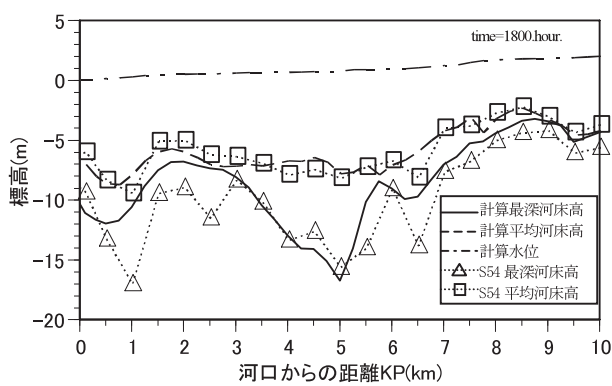


図-7 計算河床高縦断面図(S54河床の再現)

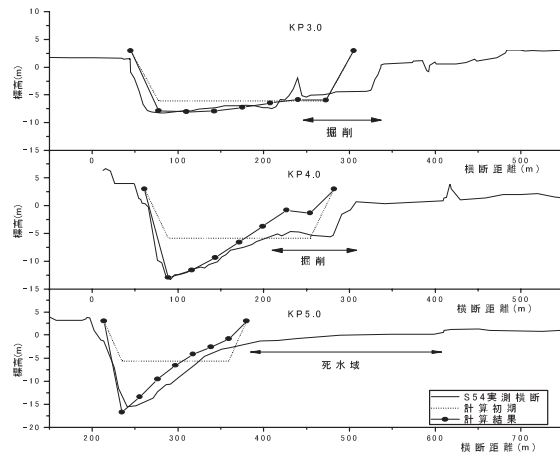


図-8 計算結果横断面図(S54河床の再現)

しかしながら、KP1.0 付近の最深部や、KP5.0 前後の内岸側では再現性がよくない。これは、KP0.1 から KP1.5 にかけては、低水路右岸に水制工が施工されており、それらによる局所的な洗掘が生じているためであり、KP5.0 前後の内岸側では浚渫、拡幅が行なわれているためである。

4. 浮遊砂濃度の鉛直分布を考慮することによる効果

次に、浮遊砂濃度の鉛直分布を考慮することによる効果について検討した。検討は、3. と同一条件で、浮遊砂濃度の鉛直分布を考慮した場合(ケース 1: 混合粒径、浮遊砂鉛直分布)と、考慮しない場合(ケース 2: 一様粒径、浮遊砂平均濃度)による最終的な安定形状を比較することにより行った。

まず、ケース 2 では、図-9 のように KP3~6 付近蛇行部の最深河床が蛇行頂部の下流側で実測値より洗掘が進行する結果となった。また、KP3.5 付近蛇行部の河床の横断勾配は図-10 のように現況河道の横断形状と比較して急勾配となった。一方、ケース 1 では、KP3~5 付近蛇行部の最深河床は実測値をほぼ再現しており、現況河道の横断形状についても再現性が向上している。この結果は、横断方向の浮遊砂の鉛直分布を考慮することにより、急蛇行部における浮遊砂の巻上げをより精度良く再現可能であることを示唆しているものと考えられる。

5. 考察

本研究では、清水らの準三次元河床変動モデルを、河床材料の粒度分布を考慮した混合粒径モデルとするとともに、浮遊砂について鉛直方向の濃度分布を考慮したモデルへ拡張することにより、浮遊砂が卓越する河口部や蛇行部における河床変動計算の精度向上を試みた。

混合粒径モデルとすることにより、アーミングや縦断的な粒度分布の変化に対応でき、浮遊砂濃度の鉛直分布を考慮することにより、湾曲部河岸付近の浮遊砂の巻上げをより精度良く再現することが可能となった。

今後は、構造物の影響による局所洗掘や、河口砂州のフラッシュ、海域への流砂の拡散等の、河口処理に関する諸問題へ適用可能な、より高精度なモデルへと改良を加える必要がある。それらの問題を克服できれば、本手法が河道計画策定にあたってより有効な手法になると考えられる。

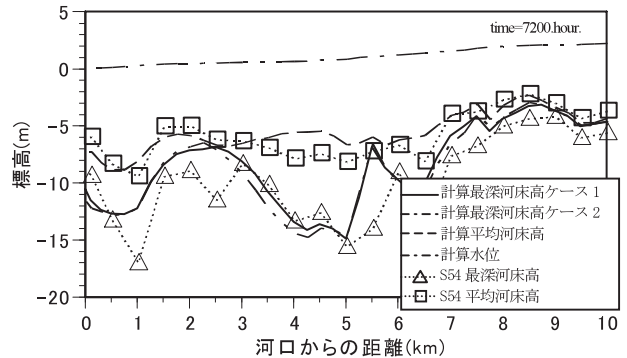


図-9 計算結果縦断面図(浮遊砂の鉛直分布による効果)

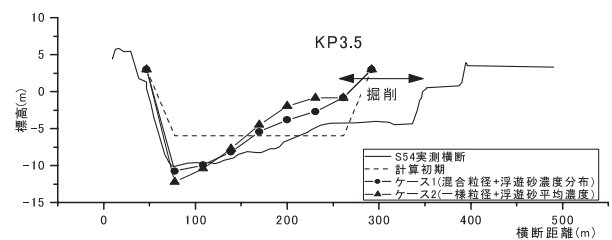


図-10 計算結果横断面図(浮遊砂の鉛直分布による効果)

6. おわりに

本稿は「2003 年度河川技術に関するシンポジウム — 新しい河川整備・管理の理念とそれを支援する河川技術に関するシンポジウム—」(主催:土木学会水理委員会河川部会)のポスター・セッション1に発表した同名の論文⁷⁾の抜粋であることを付記するとともに、論文作成にあたってご助言をいただいた関係各位に深く謝意を表する。

参考文献

- 1)清水康行、Marco Tubino、渡邊康玄:自由砂州と交互砂州の共鳴条件における河床変動計算、水工学論文集第36巻、1992
- 2)伊東祐一郎、清水康行:浮遊砂混在平面2次元一般座標モデルと石狩川模型実験の再現計算によるその検証、水工学論文集、2003
- 3)清水康行:沖積河川における流れと河床変動の予測手法に関する研究、北海道開発局開発土木研究所(現北海道開発土木研究所)河川研究室編、1991
- 4)(社)土木学会:水理公式集(平成11年版)、1999
- 5)(社)砂防学会:山地河川における河床変動の数値計算法、2000
- 6) Engelund, F.: Flow and Bed Topography in Cannel Bends, Jour. of Hydraulic Div., ASCE, Vol.100, HY11, pp.1631-1648, 1974.
- 7)濱木道大、井上卓也、川村嘉勝、荒井信行、江崎國夫、大山孝、清水康行:浮遊砂濃度分布を考慮した河口付近の準3次元河床変動計算、河川技術論文集vol.9, 2003.6