

実河川に対応した三次元流れ及び河床変動モデルの開発

The development of three-dimensional bed variation model with river flow
for practical use.

*) 荒井 信行

**) 井形 淳

新たに河川構造物を造ったり、河道を拡幅する場合など、河川工事が実際に施工された結果として、河川特性、特に河床の状態がどのような影響を受けるかを予測することは河川計画上非常に重要な課題である。ここでは、過去の観測結果による予測手法や水理模型実験のように費用的、時間的に大掛かりな方法を用いるのではなく、数値計算によって三次元流れ及び将来の河床変動を予測する方法を開発中であり、その概要を以下に紹介する。



1. はじめに

河床変動を的確に予測することは、河道災害防止や河川構造物の維持管理など、河川計画・管理上極めて重要な課題である。いわゆる大規模河床変動とは、上流から洪水によって運搬された土砂が幾度もの洪水を経て下流へ流下する中長期的な変動であり、その現象全体を把握するには現地観測や水理実験、数値解析などの方法が考えられるが、これらの方法はそれぞれに費用面でも、技術的にも一長一短がある。

近年コンピュータの高速化や技術の進展によって、大規模河床変動を取り扱う一次元河床変動解析はもちろんのこと、二次元流れや河床変動の数値解析のように膨大な容量を要する水理計算が実用的に可能となつた。ここで取り上げる三次元流れ及び河床変動モデルによれば、河川湾曲部において発生する螺旋流をより正確に表現することができ、湾曲外岸部の深掘れや内岸部の堆積現象を高精度で予測することが可能である。このように、三次元モデルでは二次元モデルに比べて実現象に近い予測が可能となる反面、モデル構築や境界条件の設定等において技術的に難しい課題も多く残されている。しかし、この予測結果がより正確であるほど実現象を

正確に再現することになり、河川計画管理上も有効な資料を提供することにもなると考えられ、現在、学識経験者の御指導をいただき、三次元流れ及び河床変動モデルを開発中なので、ここに報告する。

2. 三次元モデルの概要

ここで取り上げる三次元河床変動モデルでは差分法を用いるため、対象となる河川の解析区間を格子分割する。本モデルでは図-1 に示すような流下方向に s 軸、横断方向に n 軸(左岸から右岸に正)、鉛直方向に z 軸(上方向を正)をとる座標系を定義する。このとき z 軸については水深によって格子分割数が変化する直行座標ではなく、水深方向の格子点数が同じになるよう、水深を等分割して与えている。

計算は始めに各格子点の初期座標、河床高及

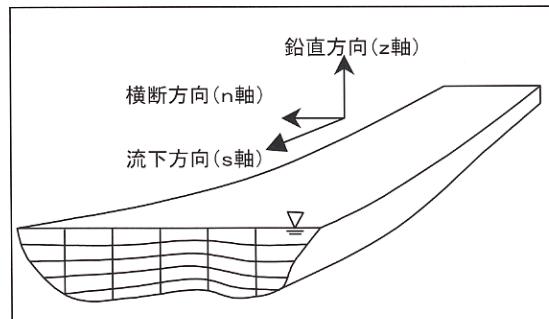
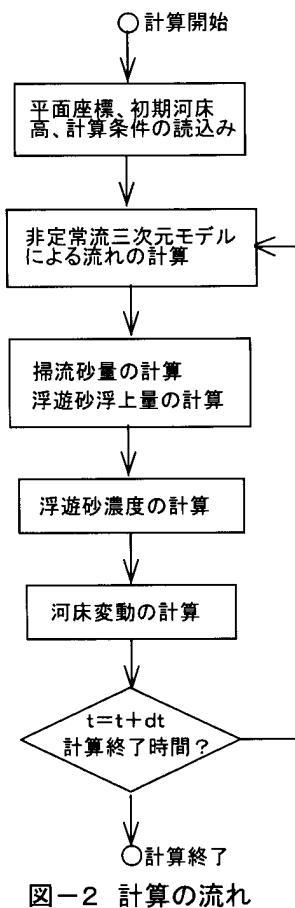


図-1 三次元モデルにおける座標系

*) 水工部 次長 Nobuyuki ARAI

**) 水工部 Sunao IGATA

び境界条件を設定し、初期水位を計算する。三次元の非定常流モデルによって各格子点上の流速成分を算出し、格子点上に流入する流量収支から各点での水位を算定する。次に河床面に働く掃流力から掃流砂量、浮遊砂浮上量を計算する。これらの計算を微少時間ごとにくりかえすことにより、時々刻々の河床高変化量を算出する。以上の計算の流れは図-2に示すフローチャートにまとめる。



3. 三次元モデルの基礎方程式

3. 1 非定常流の計算

三次元モデルの基礎方程式を以下に示す。運動方程式を(1)～(3)式、連続式を(4)式で与える。

$$\begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial s} + v \frac{\partial u}{\partial n} + w \frac{\partial u}{\partial z} - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial s} \\ + 2 \frac{\partial}{\partial s} \left(\varepsilon \frac{\partial u}{\partial s} \right) + \frac{\partial}{\partial n} \left(\varepsilon \frac{\partial u}{\partial n} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\varepsilon \frac{\partial u}{\partial z} \right) = 0 \quad (1) \end{aligned}$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial s} + v \frac{\partial v}{\partial n} + w \frac{\partial v}{\partial z} - \frac{u^2}{r} - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial n} = 0 \quad (2)$$

$$+ \frac{\partial}{\partial s} \left(\varepsilon \frac{\partial v}{\partial s} \right) + 2 \frac{\partial}{\partial n} \left(\varepsilon \frac{\partial v}{\partial n} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\varepsilon \frac{\partial v}{\partial z} \right) \quad (2)$$

$$\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} = -g \quad (3)$$

$$\frac{\partial u}{\partial s} + \frac{1}{r} \frac{\partial (rv)}{\partial n} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \quad (4)$$

ここに、 u, v, w はそれぞれ s, n, z 方向の流速成分、 p は圧力、 ρ は水の密度、 g は重力加速度である。この場合、 u, v, w に関する境界条件は以下のとおりである。

$$\left. \frac{\partial u}{\partial s} \right|_{s=0} = 0 \quad (5)$$

$$v \Big|_{s=0} = 0 \quad (6)$$

$$w \Big|_{s=0} = 0 \quad (7)$$

計算上の下流端も、湾曲部から十分に離れた直線部分にとり、この場合の境界条件は、次式となる。

$$H \Big|_{s=0} = H_0 \quad (8)$$

ただし、 H_0 は下流端水位である。またこの場合、定常状態の計算なので、流路内の各断面においても一定の流量でなければならない。

3. 2 掃流砂量の計算

掃流砂量の計算は流下方向の流砂量は Meyer-Peter-Muller の式(9)を、横断方向の流砂量は長谷川の式(10)を用いる。また、流砂の連続式は(11)式を用いる。

$$\frac{q_{bs}}{\sqrt{sgd^3}} = 8(\tau'_* - \tau_{*c})^{1.5} \quad (9)$$

$$q_{bn} = q_{bs} \left(\frac{v_b + v'_b}{u_b} - \sqrt{\frac{\tau_{*c}}{\mu_s \mu_k \tau_*}} \frac{\partial z}{\partial n} \right) \quad (10)$$

$$\frac{\partial z}{\partial t} + \frac{1}{1-\lambda} \left(\frac{\partial q_{bs}}{\partial s} + \frac{\partial q_{bn}}{\partial n} \right) = 0 \quad (11)$$

ただし、 q_{bs} は流下方向の単位幅当たりの流砂量、 q_{bn} は横断方向の単位幅当たりの流砂量(左岸から右岸方向を正)、 s は河床材料の水中比重、 d は河床材料の粒径、 τ'_* は無次元有効河

床剪断力、 τ_{*c} は無次元限界河床剪断力、 τ_* は無次元河床剪断力、 μ_s および μ_k はそれぞれ河床材料の静止および動摩擦係数、 t は時間、 λ は河床材料の空隙率である。

3. 3 浮遊砂量の計算

浮遊砂濃度の連続式を次式で表す。

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial s} \int_0^h (uc) dz + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial n} \int_0^h (rv c) dz &= \frac{\partial}{\partial s} \int_0^h \left(D_s \frac{\partial c}{\partial s} \right) dz \\ &+ \frac{\partial}{\partial n} \int_0^h \left(D_n \frac{\partial c}{\partial n} \right) dz + (q_{su} - w_f c_b) h \end{aligned} \quad (12)$$

ただし、 c は浮遊粒子の濃度、 D_s および D_n はそれぞれ s 軸および n 軸方向の拡散係数、 q_{su} は砂粒子の河床からの浮上量、 w_f は浮遊粒子の沈降速度、 c_b は河床付近における浮遊粒子の濃度である。次に(12)式を c について解くため、次のように近似する。

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial s} (h \bar{c}) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial n} (h r v \bar{c}) \\ = \frac{\partial}{\partial s} \left(D_s h \frac{\partial \bar{c}}{\partial s} \right) + \frac{\partial}{\partial n} \left(D_n h \frac{\partial \bar{c}}{\partial n} \right) + (q_{su} - w_f c_b) \end{aligned} \quad (13)$$

水深方向の平均濃度 \bar{c} は次式で与えられ、 c と c_b との関係式となる。

$$\bar{c} = \frac{1}{h} \int_0^h c d\xi = c_b [1 - \exp(-\beta)] \quad (14)$$

ただし、 $\beta = w_f h / \varepsilon$ 、 $\xi = z/h$ 、また、 ε は深さ方向の拡散係数であり、水深平均の渦動粘性係数に等しいと考え、次式で与える。

$$\varepsilon = \frac{\kappa}{6} u_* h \quad (15)$$

(14)式を基に、(13)式を解く場合の境界条件は、上流端で平衡状態を仮定して、次式に与える。

$$q_{su} - w_f c_b = 0 \quad (16)$$

また、下流端については、濃度勾配が一定と仮定して、

$$\frac{\partial \bar{c}}{\partial s} = 0 \quad (17)$$

とする。

(12)式中の砂粒子の浮上量式 q_{su} は板倉、岸の式で求める。流砂の連続式は (s, n) 座標を用いて、次式で表される。

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} + \frac{1}{(1-\lambda)} \left[\frac{\partial q_{hn}}{\partial s} + \frac{1}{r} \frac{\partial (rq_{hn})}{\partial n} + q_{su} - w_f c_b \right] = 0 \quad (18)$$

3. 4 河床変動量の計算

計算は流れの計算、掃流砂の計算、浮遊砂濃度の計算、河床変動の計算を、微小時間 Δt 秒ごとに繰返して行う。また浮遊砂濃度が定常か非定常かの判定は次式で行う。

$$\left| \frac{Q_{sin} - Q_{sout}}{Q_{sin}} \right| < \delta' \quad (19)$$

ただし、 δ' は計算打切り誤差で $\delta' = 0.001$ とし、 Q_{sout} 、 Q_{sin} は次式で表す。

$$\begin{aligned} Q_{sout} &= (Q_u \bar{c})_{i,j+1} + (Q_v \bar{c})_{i+1,j} \\ &+ \left(D_s A_u \frac{\partial \bar{c}}{\partial s} \right)_{i,j} + \left(D_n A_v \frac{\partial \bar{c}}{\partial n} \right)_{i,j} + (w_f c_b)_{i,j} = 0 \end{aligned} \quad (20)$$

$$\begin{aligned} Q_{sin} &= (Q_u \bar{c})_{i,j} + (Q_v \bar{c})_{i,j} \\ &+ \left(D_s A_u \frac{\partial \bar{c}}{\partial s} \right)_{i,j+1} + \left(D_n A_v \frac{\partial \bar{c}}{\partial n} \right)_{i+1,j} + (q_{su} A_r)_{i,j} \end{aligned} \quad (21)$$

ここで添え字 i 、 j はそれぞれ流下方向、横断方向の格子番号を表している。河床高の時間的変化は流下方向及び横断方向の流砂量を組合せて求める。

4. モデルの開発手順

三次元モデルの開発は、モデルが実現象を再現するように諸条件を設定する必要がある。計算の実行には始めに次の項目を設定する必要がある。

- ① 河床材料の平均粒径
- ② 上流端における流量ハイドロ
- ③ 下流端の水位変化
- ④ 格子の座標と河床高
- ⑤ 計算終了時間

また、このモデルが実河川の現象を再現できるか検証するために、一般的には模型実験結果や実河川の実測値等を用いて行うが、実河川では河道の形

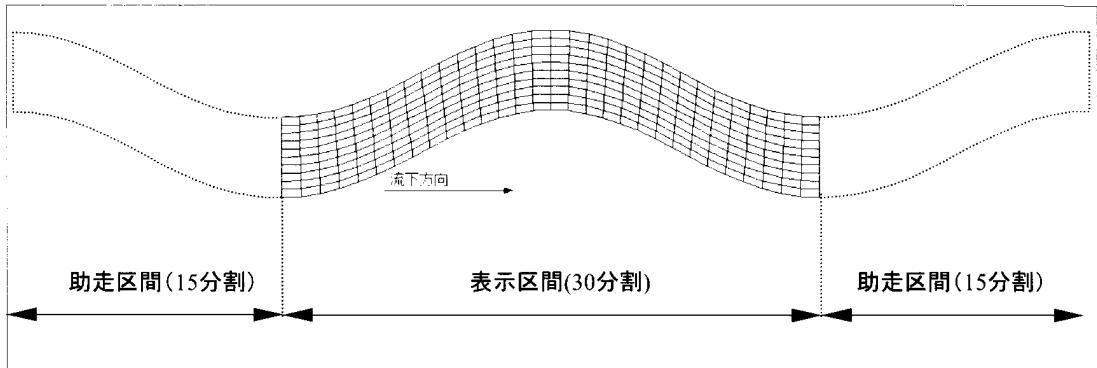


図-3 河床変動計算に用いる格子

状が複雑な場合が多いため、計算格子の設定方法の不備により、差分計算に支障が生じる場合もありうる。したがって、ここではモデルの構築過程として次のような段階を踏んでいる。

- ①三次元単断面蛇行水路を設定し、諸条件を与えて非定常流れに対応するモデルを構築する。ここでは洪水流の流速や流量、水位が正しく計算されるかを検証する。
- ②移動床模型実験結果等を検証例として、実験結果に対応する諸条件を設定して、流砂量(掃流砂量、浮遊砂量)の計算モデルを構築する。
- ③モデルが実河川に適用出来るかどうかの検証例として、過去の実測データを基に実河川の河道横断データ及び平面データを設定し、洪水時の流量ハイドロ及び観測水位等を与えて、河床変動を再現する。
- ④対象となる河川において、予測したい河道の条件や対象流量などを設定し、将来の河床変動を予測する。

今回のモデル構築は、図-3に示す循環水路を想定した蛇行水路のモデル格子を用いて行っており、流下方向に30分割、横断方向に11分割、鉛直方向に4分割した格子を設定している。また、計算に当たっては、助走区間として上下流それぞれに半波長ずつ計算格子を付加しており、河床高、流量、流速、水深が上流端と下流端で一致するように設定している。計算は一定流量を通水させて、流入流砂量と流出流砂量が一定値となり、平衡状態にほぼ達

するまで行う。また、初期河床は平坦河床とする。なお、計算初期では、初期条件の設定方法によって途中で計算が発散する可能性があるため、計算を安定させるための予備実行時間を設けて対処している。

5. 今後の予定について

現在、モデルの開発は②の流砂量モデルを検証する段階までであり、実用的な精度で河床変動を再現できるようにモデルを改良した後、実河川で検証を行う予定である。今回紹介した三次元モデルを実河川に適用するためには、複雑な河道条件や水理条件に適用できるモデルとする必要があり、今後はこれらに対応可能なモデル構築を鋭意進めていきたいと考えている。