

An Estimation and Result of Dynamic Analysis

本技術講座は、当社の構造系技術者向けに、耐震設計の技術力を高めるテキストの一環である。昨今の多様化する耐震問題に対する耐震設計技術者が多く自立されることを望むものである。

松井 義孝 *



1. まえがき

日本の地域面積は、世界の 1/200 である。しかしながら、そこに発生する地震の数は、世界の約 1 割であり、これが地震国であるといわれている所以である。先の阪神・淡路大震災の被災を振り返ると従来、我々構造技術者が予想もしなかった現象を経験したのである。そこで、当社においても構造技術者から更に耐震技術者へと拡張すべくスタディーとして本講座を展開していくものである。

2. 耐震設計の行方

従来の耐震設計の考え方は、構造物の耐力としてどの程度の静的な力に対し設計していれば動的にも安全が保証されるかと考えられ、それは材料力学的には弾性領域からなる安全率で保証していた。しかし、平成 9 年度の道路橋示方書の改正では、耐震性能を確保することを目標とし、設計地震動のレベルやコンクリート構造物のじん性や破壊のメカニズム等を設計段階でとらえていかなければならない。

3. 構造物の動的解析

構造物の動的解析を行うにはその対象となるモデル及び構造系は求めようとする解にどんな解析手法が適当であるかという事が重要となる。図-3 に概略的にそれらの解析手法を示した。従来型の弾性領域設計では線形解析により応答値を求め応力度や変位等をチェックすれば良いの

であるが、今回の道・示改正の様に塑性領域の検証や材料非線形性を考慮する場合は、どうしても非線形解析を必要とする。

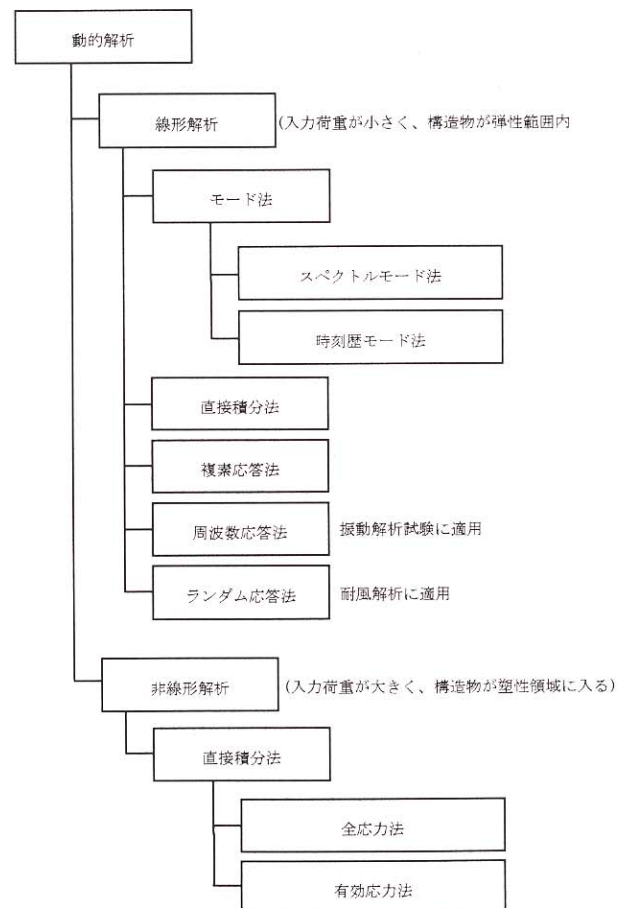


図-1 動的解析法の各解析手法

*) 企画調査室 室長・技師長 (技術士: 鋼構造及びコンクリート, R C C M: 土質及び基礎,
土木学会構造工学委員会橋梁振動モニタリング研究小委員会. 委員) Yoshitaka MATSUI

3.1 振動問題の基礎知識

(1) 線形と非線形振動

線形振動は、動的外力が小さいとき復元力は構造物の変形の大きさに比例する。質量、弾性特性や構造減衰などは不変である。また、非線形振動は、動的外力が大きくなると、復元力と構造物の変形が比例しなくなる。又、材料自体の非線形性や幾何学的非線形などを考慮すると当然応答結果にも比例性はなくなる。

(2) 減衰振動と非減衰振動

振動解析をする際に、減衰力を考慮するとき、これを減衰振動と呼び、これを考慮しないときを非減衰振動と呼ぶ。

(3) 自由振動と強制振動

静止していた構造物に外力が作用すると構造物は振動し始める。起振させるだけで、起振後には外力が作用しない場合を自由振動と呼び、これに対して起振後にも動的外力が作用する場合を強制振動と呼ぶ。

(4) 非定常振動（過渡振動）と定常振動

動的外力によって、構造物が振動し始めた直後には構造物の復元力特性と減衰力特性によって定まる自由振動効果と動的外力の性質によって大きく影響を受ける強制振動効果とが混在している。この時の振動を非定常振動という。これに対して、加振し始めてからある程度時間がたつと、構造物は外力の動的な性質になじんで振動するようになる。これを定常振動と呼ぶ。

(5) 構造物のモデル化

構造物のモデル化は、離散座標系と連続座標系による解に分類される。さらに、前者は質量マトリックスの構成方法によって、集中質量法(Lumped mass method)これは骨組部材の分布質量を両節点に等しく置換する方法であり、整合質量法(Consistent mass method)これは3次の多項式で表示した変位関数を用いて分布質量を配分する方法である。後者には、構造物の質量、剛性などの力学的特性を連続的な分布量として取り扱う連続質量法(Continuous mass method)がある。

(6) 減衰特性のモデル化

振動している構造物は、その振動を止めようとする種々の力を受ける。これを減衰力という。減衰には、粘性減衰、構造減衰、履歴減衰、地下逸散減衰などがあり、ここでは、我々が特に用いる

構造減衰、履歴減衰を述べておくことにする。構造減衰は、構造部材の節点と節点や構造物の支点などにおける摩擦による減衰である。その解析手法として、運動エネルギー比例減衰、ひずみエネルギー比例減衰、レーリー減衰の理論があり、通常我々が扱う水平モードが卓越する構造物では、一般的にひずみエネルギー比例減衰理論を用いることが多い。それは、耐震設計上震度法に近い挙動を示すからである。

(7) マグニチュードと震度

地震の規模は、マグニチュードで表され、ある地点での地震の大きさは震度やガルで表現される。

①マグニチュード

マグニチュードは地震のエネルギーの大きさを表す尺度で、断層運動の規模によって決まる。基本的には、震央から100キロはなれた地点にある標準地震計のゆれ幅を基準にして決められる。マグニチュードの値が1大きいと、エネルギーは32倍になる。

②震度

震度は地面のゆれ方の強弱を0から7までの数字で段階的に表すもので、人体の感覚や建築物に対する影響の大小などによって決定される。マグニチュードが大きくても、遠いところで発生したり、深いところで発生した地震の震度は小さくなる。逆にマグニチュードが小さくても、近くで発生したり、浅いところで発生した地震では、震度が大きくなる。

③ガル(gal)

ガルとは、震度の加速度を表す単位である。地震学の世界では「ゆれの強さ」を表すのに使われる。地震のゆれ幅が大きくても、ガルの値が小さければ(＝地面がゆっくり動けば)被害は小さく、ゆれも小さいと感じる。気象庁の震度計が測定した加速度をゆれの周期などによって補正し、震度の値を出している。

4. 動的応答計算例

試算モデルは、「北海道における鋼道路橋の設計及び施工指針(P239～242)」を参考に取っている。

4.1 計算例1（手計算による場合）

対象構造物は図2に示す固定支承を有する直接基礎の高橋脚である。

(1) 解析モデル

解析モデルは、図-2に示す2質点系とした。 m_1 は上部構造質量を、 m_2 は下部躯体質量を表す。

解析に必要な諸数値は次の通りである。

i) 全断面有効とし、

$$E = 2.55 \times 10^5 \text{ kgf/cm}^2 \approx 2.55 \times 10^6 \text{ tf/m}^2$$

$$(\sigma_{ek} = 210 \text{ kgf/cm}^2 \text{ 相当}) \text{ とする。}$$

ii) 質量

$$m_1 = 594 \text{ t} / 9.8 \text{ m/sec}^2 = 60.6 \text{ t} \cdot \text{sec}^2 / \text{m}$$

(594t : 上部構造の重量)

$$m_2 = \{10.00 \text{ m} \times 27.50 \text{ m} + 2 \times (1.00 \text{ m} + 2.50 \text{ m})$$

$$\times 1.50 \text{ m} \times 1/2\} \times 2.30 \text{ m} \times 2.50 \text{ t/m}^3 / 9.8 \text{ m/sec}^2$$

$$= 164.43 \text{ t} \cdot \text{sec}^2 / \text{m}$$

iii) 重心位置

$$y_1 = 27.50 \text{ m}$$

$$y_2 = \{10.00 \text{ m} \times 27.50 \text{ m} \times 27.50 \text{ m} \times 1/2 + 1.50 \text{ m}$$

$$\times 1.50 \text{ m} \times 1/2 \times 2 \times (25.00 \text{ m} + 1.50 \text{ m} \times 2/3)$$

$$+ 1.00 \text{ m} \times 1.50 \text{ m} \times 2 \times 27.00 \text{ m}\} /$$

$$\{10.00 \text{ m} \times 27.50 \text{ m} + 2 \times (1.00 \text{ m} + 2.50 \text{ m})$$

$$\times 1.50 \text{ m} \times 1/2\}$$

$$= 13.99 \text{ m}$$

iv) 躯体の曲げ剛性

$$EI = 2.55 \times 10^6 \text{ t/m}^2 \times 1/12 \times 10.00 \text{ m} \times (2.30 \text{ m})^3$$

$$= 2.59 \times 10^7 \text{ tf} \cdot \text{m}^2$$

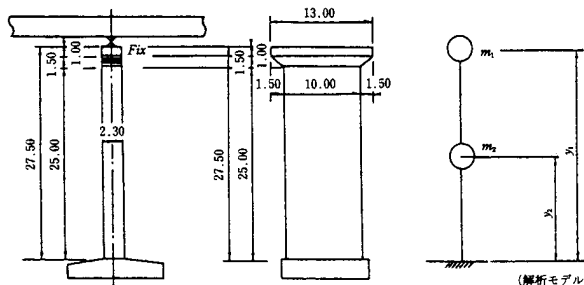


図-2 モデル図 (単位 : m)

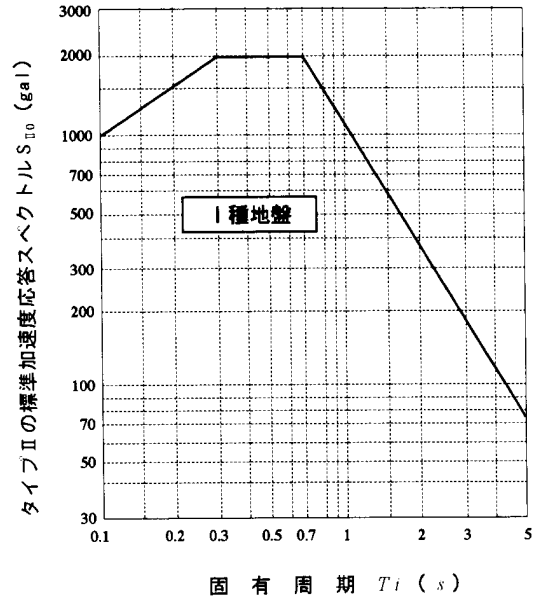


図-3 タイプⅡの標準加速度応答スペクトル

(2) 固有周期の算定

z を地動変位、 u_1 は質点 m_1 における相対変位、 u_2 は質点 m_2 における相対変位とすると、2質点系の運動方程式は次式で表せる。

$$\begin{bmatrix} m_1 & 0 \\ 0 & m_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{u}_1 \\ \ddot{u}_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} \\ c_{21} & c_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{u}_1 \\ \dot{u}_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} k_{11} & k_{12} \\ k_{21} & k_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} m_1 & 0 \\ 0 & m_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{z}_1 \\ \ddot{z}_2 \end{bmatrix}$$

固有円振動数を ω とすると、 ω は式(解1)より求まる。

$$\begin{vmatrix} k_{11} - m_1 \omega^2 & k_{12} \\ k_{21} & k_{22} - m_2 \omega^2 \end{vmatrix} = 0 \quad \dots \dots \text{(解1)}$$

節点 r に水平単位荷重 1 t が作用したときの節点 i の水平変位を α_{ir} とすれば式(解2)が成り立つ。

$$\begin{bmatrix} k_{11} & k_{12} \\ k_{21} & k_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \alpha_{11} & \alpha_{12} \\ \alpha_{21} & \alpha_{22} \end{bmatrix}^{-1} \quad \dots \dots \text{(解2)}$$

α_{11} , α_{12} , α_{21} , α_{22} は $EI = 2.59 \times 10^7 \text{ t} \cdot \text{m}^2$ の片持ばりの変位を計算すればよい。

$$\alpha_{11} = \frac{y_1^3}{3EI} = \frac{27.50^3}{3 \times 2.59 \times 10^7} = 26.766 \times 10^{-5} \text{ m/t}$$

$$\alpha_{12} = \alpha_{21} = \frac{3y_1y_2^2 - y_2^3}{6EI} = \frac{3 \times 27.50 \times 13.99^2 - 13.99^3}{6 \times 2.59 \times 10^7}$$

$$= 8.629 \times 10^{-5} \text{ m/t}$$

$$\alpha_{22} = \frac{y_2^3}{3EI} = \frac{13.99^3}{3 \times 2.59 \times 10^7} = 3.524 \times 10^{-5} \text{ m/t}$$

式 (解2) に代入すると

$$\begin{bmatrix} k_{11} & k_{12} \\ k_{21} & k_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 26.766 & 8.629 \\ 8.629 & 3.524 \end{bmatrix} \times 10^5$$

$$= \begin{bmatrix} 1.774 & -4.344 \\ -4.344 & 13.475 \end{bmatrix} \times 10^4 \text{ t/m}$$

式 (解1) に代入すると

$$\begin{vmatrix} 1.744 \times 10^4 - 60.61 \omega^2 & -4.344 \times 10^4 \\ -4.344 \times 10^4 & 13.475 \times 10^4 - 164.43 \omega^2 \end{vmatrix} = 0$$

これを解くと、 $\omega_1 = 6.89 \text{ rad/sec}$

$$\omega_2 = 32.64 \text{ rad/sec}$$

したがって、固有周期は、

$$T_1 = \frac{2\pi}{\omega_1} = \frac{2 \times 3.14}{6.89} = 0.911 \text{ sec}$$

$$T_2 = \frac{2\pi}{\omega_2} = \frac{2 \times 3.14}{32.64} = 0.192 \text{ sec}$$

となる。

固有ベクトル (振動モードを表す) は、

$$\begin{bmatrix} x_{11} & x_{12} \\ x_{21} & x_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1.000 & -0.928 \\ 0.342 & 1.000 \end{bmatrix}$$

で、図-6のとおりである。

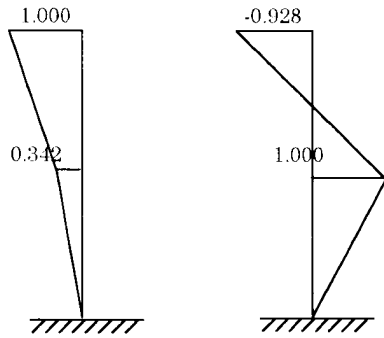


図-4 振動モード

(3) 加速度応答スペクトル

$$c_Z = 1.0, h = 0.05$$

$$c_D = \frac{1.5}{40h+1} + 0.5 = \frac{1.5}{40 \times 0.05 + 1} + 0.5 = 1.0$$

地盤はI種地盤とする。

第1次加速度応答スペクトル (S_1) :

$$T_2 = 0.192 \text{ sec}, S_0 = 1485 \text{ gal} \text{ (図-3による)}$$

$$S_2 = c_Z \cdot c_D \cdot S_0 = 1.0 \times 1.0 \times 1485$$

$$= 1485 \text{ gal} \approx 14.85 \text{ m/sec}^2$$

第2次加速度応答スペクトル (S_2) :

$$T_2 = 0.192 \text{ sec}, S_0 = 1485 \text{ gal} \text{ (図-3による)}$$

$$S_2 = c_Z \cdot c_D \cdot S_0 = 1.0 \times 1.0 \times 1485$$

$$= 1485 \text{ gal} \approx 14.85 \text{ m/sec}^2$$

(4) 刺激係数

$$\mu_1 = \frac{\sum_{i=1}^2 m_i \cdot x_i}{\sum_{i=1}^2 m_i \cdot x_i^2} = \frac{60.61 \times 1.00 + 164.43 \times 0.342}{60.61 \times 1.00^2 + 164.43 \times 0.342^2} = 1.463$$

$$\mu_2 = \frac{\sum_{i=1}^2 m_i \cdot x_i}{\sum_{i=1}^2 m_i \cdot x_i^2} = \frac{60.61 \times (-0.928) + 164.43 \times 1.000}{60.61 \times 0.928^2 + 164.43 \times (1.000)^2} = 0.499$$

(5) 質点1.2の基準変位

$$q_{1\max} = \frac{\mu_1}{\omega_1^2} S_1 = \frac{1.463}{6.89^2} \times 12.90 = 0.398$$

$$q_{2\max} = \frac{\mu_2}{\omega_2^2} S_2 = \frac{0.499}{32.64^2} \times 14.85 = 0.007$$

u_1 の変位成分:

$$u_{11} = x_{11} \cdot q_{1\max} = 1.00 \times 0.398 = 0.398$$

$$u_{12} = x_{12} \cdot q_{2\max} = (-0.928) \times 0.007 = -0.006$$

u_2 の変位成分:

$$u_{21} = x_{21} \cdot q_{1\max} = 0.342 \times 0.398 = 0.136$$

$$u_{22} = x_{22} \cdot q_{2\max} = 1.000 \times 0.007 = 0.007$$

(6) 最大応答値

2乗和平方根法 (SRSS法) による。

1) 最大応答変位

$$u_{1\max} = \sqrt{u_{11}^2 + u_{12}^2} = \sqrt{0.398^2 + (-0.006)^2} = 0.398 \text{ m}$$

$$u_{2\max} = \sqrt{u_{21}^2 + u_{22}^2} = \sqrt{0.136^2 + 0.007^2} = 0.136 \text{ m}$$

2) 最大応答加速度

質点1:

$$(\ddot{u}_1 + \ddot{z})_{\max} = \sqrt{(x_{11} \cdot \mu_1 \cdot S_1)^2 + (x_{12} \cdot \mu_2 \cdot S_2)^2}$$

$$= \sqrt{(1.00 \times 1.463 \times 1290)^2 + \{(-0.928) \times 0.499 \times 1485\}^2}$$

$$= 2008 \text{ gal}$$

質点2:

$$(\ddot{u}_2 + \ddot{z})_{\max} = \sqrt{(x_{21} \cdot \mu_1 \cdot S_1)^2 + (x_{22} \cdot \mu_2 \cdot S_2)^2}$$

$$= \sqrt{(0.342 \times 1.463 \times 1290)^2 + (1.000 \times 0.499 \times 1485)^2}$$

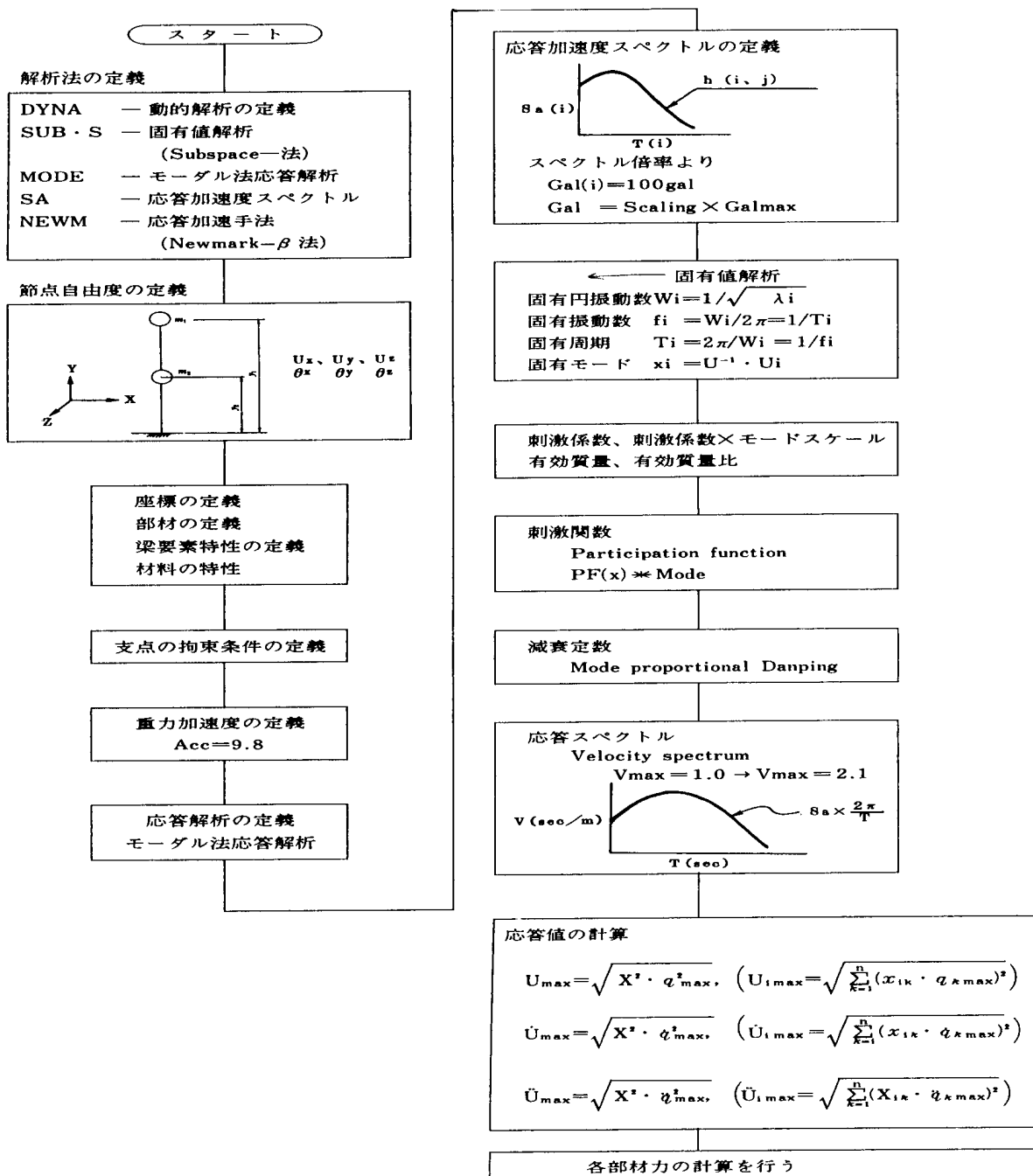
$$= 982 \text{ gal}$$

3) 躯体基部の最大曲げモーメント

$$\begin{aligned}
 M_{max} &= \sqrt{\sum_{i=1}^2 \left\{ \sum_{k=1}^2 m_k \cdot x_{kj} \cdot \mu_j \cdot S_j \cdot y_k \right\}^2} \\
 &= \left[\left\{ (60.61 \times 1.0 \times 1.463 \times 12.90 \times 27.50) \right. \right. \\
 &\quad \left. \left. + (164.43 \times 0.342 \times 1.463 \times 12.90 \times 13.99) \right\}^2 \right. \\
 &\quad \left. + \left\{ (60.61 \times (-0.928) \times 0.499 \times 14.85 \times 27.50) \right. \right. \\
 &\quad \left. \left. + (164.43 \times 1.00 \times 0.499 \times 14.85 \times 13.99) \right\}^2 \right]^{1/2} \\
 &= 466391 \cdot m
 \end{aligned}$$

4.2 計算例2 (Dyna-2Eによる場合)

Dyna-2Eを用いて、線形動的解析を行う場合、次のフローのような計算システムとなる。



D Y N A 2 E を用いた解析結果 内値は 4.1 の手計算値である。

INPUT DATA LIST

解析種類の選択

TYPE	KEY 1	...	DYNAMIC ANALYSIS	動的解析
	KEY 2	...	HOUSEHOLDER METHOD	実固有値解析 (ハウスホルダー法)
	KEY 3	...	MODAL RESPONSE	モーダル法応答解析
	KEY 4	...	STRAIN ENERGY	ひずみエネルギー減衰
	KEY 5	...	EARTHQUAKE LOAD	基礎加振応答解析
	KEY 6	...	SPECTRUM (SA)	応答加速度スペクトル入力
	KEY 7	...	NEWMARK - BETA	New-mark- β 法
	KEY 8	...	UNIFORM LOAD	単一入力
	KEY 9	...	S. R. S. S. METHOD	SRSS 法

節点の自由度

GRID	NO	GRD	FRD	ASET	MPC	X	Y	Z
	1	1	126				27.500	
	2	2	126	X 軸, Y 軸, Z 軸に自由度をもつ			13.990	
	3	3						

要素

ELEMENT	NO	ELM	TYPE	PRO	MAT	A	B	FRD	APIN	BPIN	BETA	AXFC
	1	1	BAR	1	1	1	2					
	2	2	BAR	1	1	2	3					

断面諸元

PROPERTY	NO	PRO	断面積 A/C1	断面 2 次モーメント IZ/C2	IY/C3	IX/C4	AY/C5	AZ/C6
	1	1	2.3000E+01	1.0139E+01				

弾性領域の材料諸元

MATERIAL	NO	MAT	ヤング係数 E	せん断弾性係数 G	DNS	減衰定数 DMP
	1	1	2.5500E+06	1.0000E+06		.0500

自由度の拘束

SPC	NO	節点 GRD	拘束する自由度 FRD
	1	3	126

集中質量法

LUMP MASS	NO	GRD	FRD	集中質量 MASS	FRD	MASS	FRD	MASS
	1	2	1	1.64430E+02				
	2	1	1	6.06100E+01				

加速度データの認識

GRAVITY ACC	1.000
-------------	-------

節点データのファイル定義

HISTRCL	RSPNS	GRD (MKGD)	NO	GRD	FRD
			1	1	1
			2	2	1
			3	3	1

要素データのファイル定義

HISTRCL	RSPNS	ELM (MKEL)	NO	ELM	CMP
			1	1	1
			2	1	2
			3	1	6
			4	2	1
			5	2	2
			6	2	6

固有値解析の結果

NATURAL FREQUENCY

モード MODE	円振動数 CIRC. FRQ (RAD/SEC)	振動数 FREQUENCY (1/SEC)	周期 PERIOD (SEC)	X	Y	RZ
1	6.88188	1.09528	.913005	1.463		
			0.911	P. F -1.3078E+01		
				PF*S 1.4634E+00		
				E. M 1.7104E+02		
				EMR .760		
2	32.59694	5.18796	.192754	0.499		
			0.192	P. F -7.3483E+00		
				PF*S 4.9922E-01		
				E. M 5.3997E+01		
				EMR .240		
TOTAL E. M				2.2504E+02		
TOTAL EMR				1.000		
TOTAL MASS				2.2504E+02		

(刺激係数)
(刺激係数×モードスケール)
(有効質量)
(有効質量比)

(有効質量の計)
(有効質量比)

(質量の計)

モード

NATURAL MODE

	1	2
FREQUENCY	1.09528	5.18796
PERIOD	.91300463	.19275385
P. FACTOR X	-1.307832E+01	-7.348297E+00
MODE SCALE	-.111899E+00	-.679370E-01

固有ベクトル

EXFD	GRD	D	1	2
1	1 - X		1.000000	-.928338
4	2 - X		.342192	1.000000
3	1 - RZ		-.052068	.213078
6	2 - RZ		-.041936	.002046

←図-4のモードベクトルと合致

一般化質量と一般化剛性

GENERALIZED STIFFNESS

MODE	STFNSS XT*BK*X	MASS XT*BM*X
1	4.736023E+01	1.000000E+00
2	1.062560E+03	1.000000E+00

STRAIN ENERGY PROPORTIONAL DAMPING

C*XT*SK*X/XT*BK*X

モード減衰

MODE	DMP H
1	.050000
2	.050000

入力加速度

INPUT ACCELERATION SPECTRUM

DIRECTION X MAX. VALUE 1.000

NO	PRD	H	
			.0500
1	.010		2.07200
2	.300		20.00000
3	.700		20.00000
4	5.000		.75500

(図-3のスペクトル入力値)

SCALED VELOCITY SPECTRUM

DIRECTION X MAX. VALUE 1.000

NO	PRD	H	
			.0500
1	.010		.00329
2	.300		.95374
3	.700		2.22538
4	5.000		.60006

応答計算 (S R S S 法)

RESPONSE VALUES

DIRECTION X MAX. SA 1.00

変位

DISPLACEMENT (S. R. S. S. METHOD)

GRD	X	Y	RZ
	0.398		
1	3.969762E-01	2.918417E-17	2.072064E-02
2	1.360038E-01	1.510450E-17	1.664524E-02
	0.136		

RESPONSE VALUES

DIRECTION X MAX. SA 1.00

加速度

ACCELERATION (S. R. S. S. METHOD)

GRD	X	Y	RZ
	2008		
1	2.002533E+01	3.096908E-14	1.862143E+00
2	9.831190E+00	1.604944E-14	7.884690E-01
	982		

RESPONSE VALUES

DIRECTION X MAX. SA 1.00

VELOCITY (S. R. S. S. METHOD)

GRD	X	Y	RZ
1	2.739769E+00	9.501144E-16	1.503010E-01
2	9.621458E-01	4.923604E-16	1.145514E-01

RESPONSE VALUES

DIRECTION X MAX. SA 1.00

ELEMENT FORCE (S. R. S. S. METHOD)

ELM	GRD	FX	FY	MZ
1	1		1.213735E+03	2.880991E-04
1	2		1.213735E+03	1.639756E+04
2	2		2.339628E+03	1.639756E+04
2	3		2.339628E+03	4.646864E+04

46639